

פרק 5 - לוגיקה - פסוקים

מונחים אלו וקאולוגיה

פסוק פשוט - מיומן מילים $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \exists, \forall$ ומייצג משפט.
משפט יסודי שני זרימים:

T-True

F-False

פסוק מורכב - בנוי מפסוקים פשוטים ו"קאופרטים".

"V" או (לפיק T אחד מן — מוזיא T)

"^" וגם (חיים שני T מן — מוזיא T)

"→" אם ... א S...

"¬" שליל "א" (אם קיבלנו T ולא השלילה היא F)
(אם קיבלנו F ולא השלילה היא T)

"↔" אם ורק אם

$$\varphi := (p \vee r) \rightarrow (\neg q \wedge A)$$

"XOR" "המוזיא"

פרק 5 - לוגיקה - הפונקציות

סוגי אמיתות וטאולוגיה

לוח אמיתות של הקוניקציה

φ	ψ	$\varphi \wedge \psi$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

ואם

לוח אמיתות של הדיסיוניקציה

φ	ψ	$\varphi \vee \psi$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

או

לוח אמיתות של השלילה

φ	$\neg \varphi$
T	F
F	T

לא

לוח אמיתות של ההתניה

φ	ψ	$\varphi \rightarrow \psi$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

אם
אז

קשר ה-או המוציא (xor)

φ	ψ	$(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg(\varphi \wedge \psi)$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

אם ורק אם

לוח אמיתות של ההתניה הכפולה

φ	ψ	$\varphi \leftrightarrow \psi$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

לוח אמיתות של ההתניה הכפולה

φ	ψ	$(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

פרק 5 - לוגיקה - הפסוקים

לוחות אמת וטאבלות

טאבלות - הגדרה 5.1-5.2

פסוק (פורמלי) אשר פרק האמת שלו הוא T בט מלבד השתנים הפסוקיים המופיעים בו.

המציאה שלו תמיד אמת.
 לא אופה בירה V אופה בירה
 שחור V לא שחור

סמירה/ סמירה טאבלות - הגדרה 5.3

פסוק (פורמלי) אשר פרק האמת שלו הוא F בט מלבד השתנים הפסוקיים המופיעים בו.

המציאה שלו תמיד שקר.
 לא אופה בירה $\wedge$ אופה בירה
 שחור $\wedge$ לא שחור

השתנים G 4 P	השתנים G 2 Q	השתנים G 1 R הפסוק המורכב
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

כיצד נוכח טאבלות/ סמירה?

נפתח טבלה אחת G האפשרויות

* נראה שיוצא תמיד T

* נראה שיוצא תמיד F

דרך נוספת להוכחה פשוטה היא...

פרק 5 - לוגיקה - הפסוקים

סקיצות אלוטולוגיות

סקיצות אלוטולוגיות - הגדרה 2.5-2.7 **סימון:** $\equiv$
 שני פסוקים פורמליים ϕ ו- ψ הם שקולים אלוטולוגית אם ורק אם
 בכל מודל של השפתים הפסוקיים הם זהים לשני הפסוקים
 יש אותו ערך אמת.

באופן כללי אנו נשתמש בסימון $\equiv$ של ϕ ו- ψ כהווה.

סקיצות אלוטולוגיות היא השוואה של שני פסוקים.

$$4 = 2 + 2$$

$$8 = 5 + 3$$

$$\phi_1 \equiv \phi_2$$

פרק 5 - לוגיקה הפורמלית

סקירת אקסיומות

שם השקילות	סימון	השקילות עצמה (נוסחאות)	הערות חשובות
<u>שלילה כפולה</u>	DN (double no)	$\neg(\neg\varphi) \equiv_T \varphi$	
<u>כללי החילוף</u>		$\varphi \wedge \psi \equiv_T \psi \wedge \varphi$ $\varphi \vee \psi \equiv_T \psi \vee \varphi$	
<u>כללי קיבוץ</u>		$\varphi \wedge (\psi \wedge \eta) \equiv_T (\varphi \wedge \psi) \wedge \eta$ $\varphi \vee (\psi \vee \eta) \equiv_T (\varphi \vee \psi) \vee \eta$	
<u>כללי פילוג</u>		$\varphi \wedge (\psi \vee \eta) \equiv_T (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \eta)$ $\varphi \vee (\psi \wedge \eta) \equiv_T (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \eta)$	
<u>כללי דה-מורגאן</u>		$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv_T \neg\varphi \vee \neg\psi$ $\neg(\varphi \vee \psi) \equiv_T \neg\varphi \wedge \neg\psi$	
<u>ויתור על $\rightarrow$</u>		$\varphi \rightarrow \psi \equiv_T \neg\varphi \vee \psi \equiv_T \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$	
<u>היפוך</u>	CP	$\varphi \rightarrow \psi \equiv_T \neg\psi \rightarrow \neg\varphi$	
<u>ויתור על $\leftrightarrow$</u>		$\varphi \leftrightarrow \psi \equiv_T (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$	
<u>שלילה של גרידה</u>		$\neg(\varphi \rightarrow \psi) \equiv_T \varphi \wedge \neg\psi$	

פרק 5 - לוגיקה - פסוקים

נביעה אאוטווגי

יהיו φ ו- ψ פסוקים.

φ נובע אאוטווגי מ- ψ (ו- ψ גורר אאוטווגי את φ)

אם ורק אם כל מצב שבו φ אמת גם ψ הוא אמת,

כלומר אם ורק אם כל מודל אמת לשול ψ הוא גם φ , כל גורר

שבה φ הוא ψ גם ψ הוא φ .

סימון: אם φ גורר אאוטווגי את ψ נרשום $\varphi \Rightarrow \psi$.

בבוקציה

תקרון הבבוקציה - לשל 5.10-5.11

$\varphi \Rightarrow \psi, \varphi_1, \dots, \varphi_n \Rightarrow \varphi \rightarrow \psi$ אם ורק אם $\varphi \rightarrow \psi, \varphi_1, \dots, \varphi_n \Rightarrow \psi$

הוכחה בשלילה

תקרון ההוכחה בשלילה - לשל 5.12-5.13

$\varphi \Rightarrow \psi, \varphi_1, \dots, \varphi_n \Rightarrow \varphi \rightarrow \neg \psi$ אם ורק אם $\varphi \rightarrow \neg \psi, \varphi_1, \dots, \varphi_n \Rightarrow \neg \psi$.

פרק 5 - לוגיקה – הפאוקים

כלי היסק וזרימה אנכי

$\frac{\varphi \rightarrow \psi, \varphi}{\psi}$	MP	<u>מודוס פוננס</u>
$\frac{\varphi \rightarrow \psi, \neg \psi}{\neg \varphi}$	MT	<u>מודוס טולנס</u>
$\frac{\varphi \wedge \psi}{\varphi} \equiv_T \frac{\psi \wedge \varphi}{\psi}$	$\wedge E$	<u>השמטת $\wedge$</u>
$\frac{\varphi, \psi}{\varphi \wedge \psi}$	$\wedge I$	<u>הוספת $\wedge$</u>
$\frac{\varphi \vee \psi, \neg \psi}{\varphi}$	$\vee E$	<u>השמטת $\vee$</u>
$\frac{\varphi}{\varphi \vee \psi}$	$\vee I$	<u>הוספת $\vee$</u>
$\frac{\varphi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \eta}{\varphi \rightarrow \eta}$	TR	<u>טרנזיטיביות</u>

פרק 5 - לוגיקה - פאוקים

עקריות - הלוגיקה 5.11 - עמוד 71

קבוצה סופית לא ייקרה של פאוקים בורמאליים היא עקבית (איזולווי-
ובקיצור עקבית), אם ורק אם יש לה סט של פאוקי הקבוצה אמר.
קבוצה ספין פאוקיה אין אל סתירה, אינה מהכרח עקבית.
משל, אל אחד שני הפאוקים בקבוצה {קד, קל} אינו סתירה,
ולכן לא ביטן הקבוצה אינה עקבית.