

נוסחאות כפל מקוצר

הקדמה:

הנוסחאות במסמך זה יישמשו אותנו לאורך כל הקורס ומהוות בסיס בפתרון התרגילים בו. יש להקפיד על הבנה מלאה שלהן ועל ביצוע מדויק.

מתי נשתמש בנוסחאות?

כשצטרך לפתור משוואה או אי שוויון ממעלה שנייה (כשהמשתנה מועלה בריבוע) – נגיע בהמשך.

באמצעות התרגול כאן נתרגל נושאים נוספים כמו פתיחת סוגריים, כינוס איברים דומים וכו'.

התרגול ופתרונות מלאים של הנושא מופיעים בהמשך.

נתחיל:

1. הנוסחא להפרש ריבועים

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

נראה דוגמא:

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4) \cdot (x - 4)$$

שימו לב: נשתמש בנוסחא רק כשמופיע מינוס איפה שמופיע החץ. אם מופיע פלוס – אין נוסחא!

תרגול – כתבו באמצעות הסוגריים תוך שימוש בנוסחא

1. $x^2 - 100 =$
2. $x^2 - 64 =$
3. $x^2 - 6 =$
4. $x^2 - 1 =$
5. $x^2 - 0.25 =$
6. $x^2 - b^2 =$

פתרונות בסוף המסמך ויהיה עוד תרגול בהמשך.

2. זו איבר בריבוע

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

חיבור/חיסור בין שני איברים שמועלה בריבוע.
דוגמאות:

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x - 5)^2 = x^2 + 2 \cdot (-5) \cdot x + (-5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

הערה חשובה:
הגורם הראשון והשלישי – תמיד חיוביים (!)

תרגול – השתמשו בנוסחא מימין לשמאל ומשמאל לימין:

1. $x^2 + 8x + 16 =$
2. $x^2 - 20x + 100 =$
3. $x^2 + 14x + 49 =$
4. $x^2 - 2x + 1 =$
5. $(x + 8)^2 =$
6. $(x - 5)^2 =$
7. $(x - 1)^2 =$
8. $(x + 4)^2 =$

פתרונות בסוף המסמך ויהיה עוד תרגול בהמשך.

נלמד באמצעות דוגמא:

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

ננסה לכתוב את הביטוי באמצעות המבנה " $() \cdot () = 0$ " (סוגריים כפול סוגריים) – הכתיבה הזו תעזור לנו בהמשך. איך נעשה את זה?

נחפש שני מספרים שמקיימים שני תנאים ביחד:

1. המכפלה שלהם היא -15 (האיבר השלישי בביטוי)
2. החיבור ביניהם הוא 2 (המקדם של האיבר השני בביטוי)

אחרי קצת מחשבה נמצא את המספרים הבאים: $5, -3$

1. $5 \cdot (-3) = -15$ – אכן מתקיים.

2. $5 - 3 = 2$ – אכן מתקיים.

שימו לב נמקם את שני המספרים שמצאנו כך:

$$(x + 5) \cdot (x - 3) = 0$$

האם צדקנו? נבדוק ברוורס.

נפתח את הסוגריים:

$$x^2 - 3x + 5x - 15 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

קיבלנו את אותו ביטוי. צדקנו.

הערה חשובה: השוויון קיים לשני הכיוונים. מהמצב ההתחלתי אפשר להגיע למצב הסופי, ואם נתון המצב הסופי – נוכל להפוך אותו למצב ההתחלתי. זו המשמעות של שוויון. נשתמש בכיוון הפתרון המתאים לפי צרכי השאלה.

תרגול – כתבו במבנה של " $() \cdot () = 0$ ":

1. $x^2 + 8x + 12 = 0$
2. $x^2 + 13x + 30 = 0$
3. $x^2 - 5x + 6 = 0$
4. $x^2 + 9x + 14 = 0$
5. $2x^2 + 6x + 4 = 0$
6. $x^2 + 11x + 12 = 1 - x$
7. $x^2 - 7x + 10 = 2(x + 1)$
8. $x^2 + 16x + 34 = x - 2$
9. $2(x^2 + 1) + 13x + 3 = 3(x - 1)$
10. $-x^2 + 11x + 26 = 0$
11. $5x^2 + 15x - 20 = 0$

פתרונות

פתרונות להפרש ריבועים :

1. $x^2 - 100 = x^2 - 10^2 = (x + 10)(x - 10)$
2. $x^2 - 64 = x^2 - 8^2 = (x + 8)(x - 8)$
3. $x^2 - 6 = x^2 - (\sqrt{6})^2 = (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})$
4. $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x + 1)(x - 1)$
5. $x^2 - 0.25 = x^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$
6. $x^2 - b^2 = x^2 - b^2 = (x + b)(x - b)$

פתרונות לדו איבר בריבוע :

1. $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$
2. $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2$
3. $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$
4. $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$
5. $(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$
6. $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$
7. $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
8. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

פתרונות טרינום :

12. $x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 2)(x + 6) = 0$
13. $x^2 + 13x + 30 = 0 \rightarrow (x + 3)(x + 10) = 0$
14. $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$
15. $x^2 + 9x + 14 = 0 \rightarrow (x + 2)(x + 7) = 0$
16. $2x^2 + 6x + 4 = 0 \rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow (x + 2)(x + 1) = 0$
17. $x^2 + 11x + 12 = 1 - x \rightarrow x^2 + 12x + 11 = 0 \rightarrow (x + 1)(x + 11) = 0$
18. $x^2 - 7x + 10 = 2(x + 1) \rightarrow x^2 - 9x + 8 = 0 \rightarrow (x - 1)(x - 8) = 0$
19. $x^2 + 16x + 34 = x - 2 \rightarrow x^2 + 15x + 36 = 0 \rightarrow (x + 12)(x + 3) = 0$
20. $2(x^2 + 1) + 13x + 3 = 3(x - 1) \rightarrow 2x^2 + 13x + 5 - 3x + 3 = 0 \rightarrow 2x^2 + 10x + 8 = 0$
 $\rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow (x + 4)(x + 1) = 0$
21. $-x^2 + 11x + 26 = 0 \rightarrow x^2 - 11x - 26 = 0 \rightarrow (x - 13)(x + 2) = 0$
22. $5x^2 + 15x - 20 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow (x + 4)(x - 1) = 0$

עד כאן נוסחאות כפל מקוצר