

## משוואה בנעלם אחד

### הקדמה:

מהי משוואה?

משוואה: שני ביטויים מתמטיים המופרדים בסימן '='.

כל צד נקרא "אגף". נגיד: "אגף ימין ואגף שמאל".

במשוואה - שני האגפים שווים זה לזה.

כמה דוגמאות:

$$2 = 2, 10 = 10, x = x, 18 = 16 + 2$$

אנחנו נרצה לפתור משוואות.

מה זה אומר?

נחפש את הערך, או הערכים, של המשתנה (לרוב המשתנה  $x$ ) שפותרים את המשוואה. במילים אחרות, אותו איקס שיגרום לכך שאגף ימין יהיה שווה לאגף שמאל.

נסתכל על המשוואה הבאה:  $x + 2 = 5$ .

מהו ה- $x$  שפותר אותה?

תשובה:

$x = 3$ . (כי אם נציב את 3 במקום  $x$  אז נקבל  $3 + 2 = 5$ . וזהו ביטוי מתמטי נכון. קיבלנו פסוק אמת)

לעיתים יהיו מספר ערכים שפותרים משוואה.

לדוגמא המשוואה:  $x^2 = 4$

כאן ישנם שני פתרונות:  $x = 2, x = -2$

כאמור, עלינו למצוא את כל האיכסים אשר פותרים את המשוואה וכך עשינו.

המשך בעמוד הבא.

**פעולות על משוואות:**

על מנת לפתור את המשוואה נלמד כלים לפתרון. ישנן מספר פעולות שמותר לנו לבצע על משוואה. (יש להקפיד ולבצע רק אותן) כל הפעולות מבוצעות על שני האגפים (!)

1. **הוספה של אותו איבר לשני האגפים.**  
מותר להוסיף כל מספר (לדוגמא לכתוב +2) באגף ימין וגם באגף שמאל.
2. **החסרה של אותו איבר לשני האגפים.**  
מותר להחסיר כל מספר (לדוגמא לכתוב -3) באגף ימין וגם באגף שמאל.
3. **הכפלה של אותו איבר בשני האגפים. (כאשר הוא חייב להיות שונה מ-0)**  
מותר להכפיל כל אגף בכל מספר (לדוגמא לכתוב 8) באגף ימין וגם באגף שמאל.  
לשים לב: אסור להכפיל ב-0.
4. **חילוק של אותו איבר בשני האגפים. (כאשר הוא חייב להיות שונה מ-0)**  
מותר לחלק כל אגף בכל מספר (לדוגמא לכתוב 7) באגף ימין וגם באגף שמאל.  
לשים לב: אסור לחלק ב-0.
5. **העלאה בריבוע של שני האגפים. (נלמד ונתרגל בהמשך)**
6. **הוצאת שורש משני האגפים. (נלמד ונתרגל בהמשך)**
7. **הוצאת לוג משני האגפים. (נלמד ונתרגל בהמשך)**

**דוגמא ראשונה**

פתור את המשוואה הבאה:

$$2x + 3 = 0$$

נבודד את ה-x בצד אחד ומספרים בצד שני.  
נחסיר 3 משני האגפים:

$$2x + 3 = 0 \quad / -3$$

נקבל:

$$2x = -3$$

כעת נחלק ב-2 את שני האגפים:

$$2x = -3 \quad / 2$$

נקבל:

$$x = -\frac{3}{2}$$

## דוגמא שנייה

פתור את המשוואה הבאה:

$$\frac{1}{4}x - 8 = 0$$

נבודד את ה- $x$  בצד אחד ומספרים בצד שני.

נוסיף 8 לשני האגפים:

$$\frac{1}{4}x - 8 = 0 / +8$$

נקבל:

$$\frac{1}{4}x = 8$$

כעת נכפיל ב-4 את שני האגפים:

$$\frac{1}{4}x = 8 / \cdot 4$$

נקבל:

$$x = 32$$

### דוגמא שלישית

פתור את המשוואה הבאה :

$$x^2 = 16$$

ה- $x$  הוא בריבוע.

נוציא שורש משני האגפים (כי אנחנו מחפשים את  $x$  עצמו) :

$$x^2 = 16 / \sqrt{\quad}$$

שים לב : הוצאה של שורש זוגי – מייצרת שני פתרונות שונים.  
נקבל :

$$x = \pm 4$$

### דוגמא רביעית

פתור את המשוואה הבאה :

$$\sqrt{x} = 8$$

ה- $x$  הוא בשורש.

נעלה בריבוע את שני האגפים :

$$\sqrt{x} = 8 / ()^2$$

נקבל :

$$x = 64$$

עד כאן התיאוריה של משוואות – עכשיו תרגול

**משוואות בנעלם אחד – תרגילים**

במקרים בהם ה- $x$  מופיע במכנה נתייחס כ  $x \neq 0$ .

1.  $x + 15 = -8$
2.  $2x + 7 - 5x - 12 = -8x + 3$
3.  $-(x + 3) = -8 - 10x$
4.  $19x = 0$
5.  $3x = 1$
6.  $-x = 5$
7.  $-3(-x - 7) = 8x$
8.  $2(x + 3) = 8(2x - 6)$
9.  $2 + x = 7(x + 3) - 3(2 - x)$
10.  $4(5 - x) - (x + 2)4 = 10 - 9x$
11.  $x(x + 5) = 3 + x(x + 6)$
12.  $(1 - 2y)^2 = (2y - 1)(2y + 7)$
13.  $\frac{x}{3} = 54$
14.  $1 + x = \frac{1}{5}$
15.  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 1$
16.  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - \frac{1}{5}x = 1$
17.  $\frac{8}{5}x + \frac{2}{3}x + \frac{x}{-4} = -14$
18.  $\frac{1}{10}x = \frac{1}{8}(x + 1)$
19.  $\frac{15x}{3} + \frac{1}{3} = 2x + \frac{1}{10}$
20.  $5x + 3\left(\frac{1}{4} + x\right) = \frac{3}{4} - 5x$
21.  $\frac{x}{3} = \frac{3}{x}$
22.  $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} = x + x^2$
23.  $\frac{y}{2y-2} - \frac{1}{y-1} = \frac{3}{8}$

24.  $\frac{y-3}{2y+6} + \frac{1}{y+3} = 0$

25.  $\frac{5+y}{3y^2+21y} + \frac{2}{63+9y} = 0$

26.  $\frac{6}{x^2-1} = \frac{4}{(x-1)^2}$

**משוואות בנעלם אחד – פתרונות**

1.  $x + 15 = -8 \rightarrow x = -23$
2.  $2x + 7 - 5x - 12 = -8x + 3 \rightarrow -3x - 5 + 8x - 3 = 0 \rightarrow 5x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{5}$
3.  $-(x + 3) = -8 - 10x \rightarrow -x + 10x = -8 + 3 \rightarrow 9x = -5 \rightarrow x = -\frac{5}{9}$
4.  $19x = 0 \rightarrow x = 0$
5.  $3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$
6.  $-x = 5 \rightarrow x = -5$
7.  $-3(-x - 7) = 8x \rightarrow 3x + 21 = 8x \rightarrow 5x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{5}$
8.  $2(x + 3) = 8(2x - 6) \rightarrow 2x + 6 = 16x - 48 \rightarrow 14x = 54 \rightarrow x = 3.857$
9.  $2 + x = 7(x + 3) - 3(2 - x) \rightarrow 2 + x = 7x + 21 - 6 + 3x \rightarrow 10x = -15 \rightarrow x = -1.5$
10.  $4(5 - x) - (x + 2)4 = 10 - 9x \rightarrow 20 - 4x - 4x - 8 = 10 - 9x \rightarrow x = -2$
11.  $x(x + 5) = 3 + x(x + 6) \rightarrow x^2 + 5x = 3 + x^2 + 6x \rightarrow x = -3$
12.  $(1 - 2y)^2 = (2y - 1)(2y + 7) \rightarrow 1 - 4y + 4y^2 = 4y^2 + 14y - 2y - 7 \rightarrow 16y = 8 \rightarrow y = \frac{1}{2}$
13.  $\frac{x}{3} = 54 \rightarrow x = 162$
14.  $1 + x = \frac{1}{5} \rightarrow x = -\frac{4}{5}$
15.  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 1 \rightarrow x\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = 1 \rightarrow x = \frac{12}{7}$
16.  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - \frac{1}{5}x = 1 \rightarrow x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = 1 \rightarrow \frac{13}{60}x = 1 \rightarrow x = \frac{60}{13}$
17.  $\frac{8}{5}x + \frac{2}{3}x + \frac{x}{-4} = -14 \rightarrow x\left(\frac{8}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) = -14 \rightarrow \frac{121}{60}x = -14 \rightarrow x = -\frac{840}{121}$
18.  $\frac{1}{10}x = \frac{1}{8}(x + 1) \rightarrow 8x = 10(x + 1) \rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = -5$
19.  $\frac{15x}{3} + \frac{1}{3} = 2x + \frac{1}{10} \rightarrow 15x + 1 = 6x + \frac{3}{10} \rightarrow 9x = -\frac{7}{10} \rightarrow x = -\frac{7}{90}$
20.  $5x + 3\left(\frac{1}{4} + x\right) = \frac{3}{4} - 5x \rightarrow 8x + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} - 5x \rightarrow 13x = 0 \rightarrow x = 0$
21.  $\frac{x}{3} = \frac{3}{x} \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

$$22. \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} = x + x^2 \rightarrow x^2 + 2x = 4x + 4x^2 \rightarrow 3x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(3x + 2) = 0 \rightarrow$$

$$x = 0, -\frac{2}{3}$$

$$23. \frac{y}{2y-2} - \frac{1}{y-1} = \frac{3}{8} \rightarrow \frac{y}{2(y-1)} - \frac{1}{y-1} = \frac{3}{8} \rightarrow 4y - 8 = 3(y-1) \rightarrow y = 5$$

$$24. \frac{y-3}{2y+6} + \frac{1}{y+3} = 0 \rightarrow \frac{y-3}{2(y+3)} + \frac{1}{y+3} = 0 \rightarrow y - 3 + 2 = 0 \rightarrow y = 1$$

$$25. \frac{5+y}{3y^2+21y} + \frac{2}{63+9y} = 0 \rightarrow \frac{5+y}{3y(y+7)} + \frac{2}{9(y+7)} = 0 \rightarrow 9(5+y) = 6y \rightarrow 3y = -45 \rightarrow$$

$$y = -15$$

$$26. \frac{6}{x^2-1} = \frac{4}{(x-1)^2} \rightarrow 6(x^2 - 2x + 1) = 4(x^2 - 1) \rightarrow 6x^2 - 12x + 6 = 4x^2 - 4 \rightarrow$$

$$2x^2 - 12x + 10 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow (x-5)(x-1) = 0 \rightarrow x = 1, 5$$

עד כאן משוואות בנעלם אחד