חוקי חזקות ושורשים

הקדמה:

1. **מבנה חזקה:**

חזקה היא ביטוי בעל המבנה הבא: a^b

הגדרות:

a – בסיס החזקה.

b – מעריך החזקה.

2. **חזקה -** הפעולה המתמטית הנה **הכפלת בסיס החזקה בעצמו כמספר פעמים המופיע במעריך החזקה.**

לדוגמא: $\boxed{x^3 = x \cdot x \cdot x}$ (הכפלת איקס בעצמו 3 פעמים).

3. **שימושים בקורס שלנו:**

חלק מרכזי בקורס ייגע בפונקציות מסוג פולינום. פונקציות כאלה מכילות חזקות בהגדרה.
בחישוב גבולות של פונקציות כאלה, בחקירת פונקציות, בפתרון משוואות, בפתרון של טורים,
בכל אלה נהיה חייבים להשתמש ב **"חוקי החזקות השורשים"** הנלמדים במסמך זה.
אם כך, נתחיל!

סיכום חוקי חזקות ושורשים

1. **עבור מצב שבו יש בסיסי חזקות זהים:**

- כאשר יש **כפל** בין בסיסים זהים, **נחבר בין המעריכים שלהם כך**: $\boxed{x^n \cdot x^m = x^{n+m}}$
- כאשר יש **חילוק** בין בסיסים זהים, **נכתוב את הבסיס בחזקת "מעריך מונה" פחות "מעריך מכנה" כך**: $\boxed{\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}}$

2. **עבור מצב שבו יש חזקה שמועלית בעוד חזקה:**

- כאשר יש ביטוי שבו **חזקה מועלית בעוד חזקה**, נכתוב את **הבסיס בחזקת מכפלת המעריכים כך**: $\boxed{(x^n)^m = x^{n \cdot m}}$

3. **עבור מצב שבו יש בסיסי חזקות שונים אבל המעריכים זהים:**

- **בכפל** בין **בסיסים שונים עם מעריך זהה**, **נכפיל** את הבסיסים **ונעלה בחזקת המעריך כך**: $\boxed{a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n}$
- **בחילוק** בין **בסיסים שונים עם מעריך זהה**, **נחלק** בין הבסיסים **ונעלה את המנה בחזקת המעריך כך**: $\boxed{\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n}$

©כל הזכויות שמורות ל- אשל גרשוני – פשוט מתמטיקה.

4. **<u>הפיכת מעריך חיובי למעריך שלילי:</u>**

- במקום בסיס בחזקת מעריך שלילי, נכתוב: **1 חלקי הבסיס באותו מעריך – אך חיובי כך**: $\boxed{x^{-n} = \frac{1}{x^n}}$

- במקום שבר בחזקת מעריך שלילי, נכתוב: **ההופכי של אותו שבר בחזקת אותו מעריך – אך חיובי כך**: $\boxed{(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n}$

5. **<u>משוואה מעריכית</u>**:

- כאשר מתקיים שוויון בין שני אגפים **<u>בהם הבסיסים זהים</u>**, ניתן להסיק שמתקיים שוויון גם בין המעריכים של הבסיסים כך:

אם $\boxed{x^a = x^b}$ אז $\boxed{a = b}$

6. **<u>מעבר בין חזקה לשורש</u>**:

- כאשר יש חזקה (n) של מספר שנמצא בתוך שורש מסדר (m), נכתוב אותו כך – **<u>ה- m יהפוך להיות המכנה של המעריך החדש, ואילו ה- n יהפוך להיות המונה של המעריך החדש</u>**. $\boxed{\left(\sqrt[m]{a}\right)^n = a^{\frac{n}{m}}}$

- נשים לב כי כאשר לא מופיע סדר בשורש, מדובר בשורש מסדר שני (2). כך: $\boxed{\left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt[2]{a}^n = a^{\frac{n}{2}}}$

- הערה נוספת: אין חשיבות למיקומו של מעריך השורש (n) כלומר התוצאה שתתקבל זהה גם אם הוא מתחת לשורש וגם אם הוא מחוץ לסוגריים. כך: $\boxed{(\sqrt[m]{a})^n = \left(\sqrt[m]{a^n}\right) = a^{\frac{n}{m}}}$

7. עבור מצב שבו יש **<u>בסיסי שורש זהים</u>**:

- **<u>בכפל</u>** בין בסיסים זהים אשר נמצאים תחת שורש מסדר 2 **<u>יתקבל הבסיס ללא השורש</u>**

כך: $\boxed{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = x^1 = x}$

- **<u>בכפל</u>** בין בסיסים זהים אשר לא נמצאים תחת שורש מסדר 2, **<u>נמיר את השורש לחזקה ונפתור באמצעות החוקים שלמדנו</u>**

כך: $\boxed{\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}} = a^{\frac{5}{10}+\frac{2}{10}} = a^{\frac{7}{10}} = \sqrt[10]{a^7}}$

- בביטוי בו יש **<u>שורש של שורש נכפול בין סדר השורשים</u>**. התוצאה שתתקבל תהיה סדר השורש

כך: $\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}}$

8. עבור מצב שבו יש **<u>בסיסי שורש שונים</u>**:

- **<u>בכפל</u>** בין **<u>שורשים מסדר זהה</u>**, **<u>נכפול בין הבסיסים אשר בתוך השורש ונוציא לתוצאה שורש מאותו הסדר כך</u>**: $\boxed{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}}$
- **<u>בחילוק</u>** בין **<u>שורשים מסדר זהה</u>**, **<u>נחלק בין הבסיסים אשר בתוך השורש ונוציא למנה שורש מאותו הסדר כך</u>**: $\boxed{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}}$

עד כאן חוקי חזקות ושורשים – סיכום נוסחאות

עכשיו לתרגול - בהצלחה!

©כל הזכויות שמורות ל- אשל גרשוני – פשוט מתמטיקה.