

חוקי חזקות ושורשים – חוברת תרגול

הקדמה: חוברת זו מטרתה תרגול חוקי החזקות אשר מופיעים בקובץ: "סיכום - חוקי חזקות ושורשים - קובץ להדפסה.docx"
מבנה: הצגת נוסחת החוק + תרגול שלכם לפי הנוסחה.
{פתרונות מלאים לכל התרגילים מופיעים בסוף חוברת זו}.
התחלת תרגול:

1. בסיסים זהים, מעריכים שונים - כפל: $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

- | | | | |
|--|---|--|--|
| 1. $2^3 \cdot 2^4$, | 2. $3^5 \cdot 3^8$, | 3. $4^3 \cdot 4^1$, | 4. $a^2 \cdot a^5$ |
| 5. $m^3 \cdot m^6$, | 6. $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{7}{3}}$, | 7. $x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{6}{5}}$, | 8. $x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$ |
| 9. $x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{1}{5}}$, | 10. $x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}}$ | | |

2. בסיסים זהים, מעריכים שונים – חילוק: $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$

- | | | | |
|--|---|--|--|
| 1. $\frac{2^5}{2^3}$, | 2. $\frac{3^8}{3^2}$, | 3. $\frac{4^3}{4}$, | 4. $\frac{a^6}{a^3}$ |
| 5. $\frac{m^9}{m^4}$, | 6. $\frac{x^{\frac{8}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}}$, | 7. $\frac{x^{\frac{9}{4}}}{x^{\frac{4}{7}}}$, | 8. $\frac{x^{\frac{5}{8}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ |
| 9. $\frac{x^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{1}{5}}}$, | 10. $\frac{x^{\frac{4}{3}-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{5}+\frac{2}{5}}}$ | | |

3. חזקה מועלית בעוד חזקה: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------------------|--------------------------------------|
| 1. $(2^3)^4$, | 2. $(3^2)^a$, | 3. $(x^2)^{\frac{1}{5}}$, | 4. $(x^{\frac{1}{5}})^{\frac{2}{3}}$ |
|----------------|----------------|----------------------------|--------------------------------------|

4. בסיסים שונים עם מעריך זהה: $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

- | | | | |
|------------------------|---|------------------------|--|
| 1. $2^3 \cdot 3^3$, | 2. $\left(\frac{2}{4}\right)^a \cdot 4^a$, | 3. $2^m \cdot x^m$, | 4. $\left(\frac{4}{5}\right)^b \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^b$ |
| 5. $\frac{2^4}{3^4}$, | 6. $\frac{a^m}{3^m}$, | 7. $\frac{x^b}{a^b}$, | 8. $\frac{5^x}{b^x}$ |

5. מעריך חיובי למעריך שלילי: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. 2^{-3} , | 2. 4^{-a} , | 3. x^{-5} , | 4. n^{-m} |
| 5. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$, | 6. $\left(\frac{a}{3}\right)^{-3}$, | 7. $\left(\frac{1}{m}\right)^{-x}$, | 8. $\left(\frac{b}{a}\right)^{-2m}$ |

6. משוואה מעריכית: אם $a = b$ או $x^a = x^b$

- | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|------------------|-------------------------|
| 1. $2^3 = 2^a$, | 2. $8^m = 2^6$, | 3. $3^4 = 9^x$, | 4. $(2m)^n = (2m)^{2a}$ |
| 5. $3^3 \cdot 9^2 = 3^{x+1}$ | 6. $16^3 \cdot 4^2 = 2^{x+1}$ | | |

7. מעבר בין חזקה לשורש: $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}}$, $(\sqrt[m]{a})^n = a^{\frac{n}{m}}$

- | | | | |
|------------------------|--------------------------|------------------------|----------------------|
| 1. $(\sqrt[3]{2})^5$, | 2. $(\sqrt[4]{5})^m$, | 3. $(\sqrt[a]{x})^3$, | 4. $(\sqrt[3]{6})^x$ |
| 5. $(\sqrt[4]{2x})^8$ | 6. $(\sqrt[x]{ab})^{2m}$ | | |

8. בסיסי שורש זהים: $\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{5}}$, $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$

- | | | | |
|--------------------------------------|---|--------------------------------------|------------------------------------|
| 1. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{2}$, | 2. $\sqrt[2]{a} \cdot \sqrt[5]{a}$, | 3. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{3}$, | 4. $\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[a]{x}$ |
| 5. $\sqrt[6]{2b} \cdot \sqrt[3]{2b}$ | 6. $\sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[x]{4} \cdot \sqrt[2a]{4}$ | | |

9. שורש של שורש: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

1. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}}$, 2. $\sqrt[3]{\sqrt{a}x}$, 3. $\sqrt[3]{x\sqrt[3]{b}}$, 4. $\sqrt[mc]{\sqrt[6]{x}}$

10. כפל וחילוק בין שורשים מסדר זהה: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

1. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$, 2. $\sqrt{x} \cdot \sqrt{4m}$, 3. $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{c}$, 4. $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{2c}$
 5. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, 6. $\frac{\sqrt{4a}}{\sqrt{3m}}$, 7. $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{5}}$, 8. $\frac{\sqrt[m]{4}}{\sqrt[m]{7}}$

פתרונות מלאים למטה !

עד כאן תרגול חוקי חזקות ושורשים – בהצלחה בנושא הבא!

פתרונות

$$\boxed{x^n \cdot x^m = x^{n+m}}$$

1. בסיסים זהים, מעריכים שונים:

1. $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$

2. $3^5 \cdot 3^8 = 3^{5+8} = 3^{13} = 1,594,323$

3. $4^3 \cdot 4 = 4^{3+1} = 4^4 = 256$

4. $a^2 \cdot a^5 = a^{2+5} = a^7$

5. $m^3 \cdot m^6 = m^{3+6} = m^9$

6. $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{7}{3}} = x^{\frac{2+7}{3}} = x^{\frac{9}{3}} = x^3$

7. $x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{6}{5}} = x^{\frac{3+6}{5}} = x^{\frac{9}{5}} = x^{1\frac{4}{5}}$

8. $x^{\frac{3}{8}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3+4}{8}} = x^{\frac{7}{8}}$

9. $x^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{4+1}{15}} = x^{\frac{20+3}{15}} = x^{\frac{23}{15}} = x^{1\frac{8}{15}}$

10. $x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{2+1}{6}+2+\frac{1}{3}} = x^{\frac{6+2}{12}+2+\frac{4}{12}} = x^{\frac{12}{12}+2} = x^3$

$$\boxed{\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}}$$

2. בסיסים זהים, מעריכים שונים – חילוק:

1. $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$

2. $\frac{3^8}{3^2} = 3^{8-2} = 3^6 = 729$

3. $\frac{4^3}{4} = 4^{3-1} = 4^2 = 16$

4. $\frac{a^6}{a^3} = a^{6-3} = a^3$

5. $\frac{m^9}{m^4} = m^{9-4} = m^5$

6. $\frac{x^{\frac{8}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{\frac{8-2}{3}} = x^{\frac{6}{3}} = x^2$

7. $\frac{x^{\frac{9}{4}}}{x^{\frac{7}{4}}} = x^{\frac{9-7}{4}} = x^{\frac{2}{4}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

8. $\frac{x^{\frac{5}{8}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{5}{8}-\frac{1}{2}} = x^{\frac{5-4}{8}} = x^{\frac{1}{8}}$

9. $\frac{x^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{1}{5}}} = x^{\frac{4}{3}-\frac{1}{5}} = x^{\frac{20-3}{15}} = x^{\frac{17}{15}} = x^{1\frac{2}{15}}$

10. $\frac{x^{\frac{4}{3}-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{5}+\frac{2}{5}}} = \frac{x^{\frac{8-3}{6}}}{x^{\frac{3}{5}}} = \frac{x^{\frac{5}{6}}}{x^{\frac{3}{5}}} = x^{\frac{5}{6}-\frac{3}{5}} = x^{\frac{25-18}{30}} = x^{\frac{7}{30}}$

3. חזקה מועלית בעוד חזקה: $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

1. $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12} = 4096$

2. $(3^2)^a = 3^{2 \cdot a} = 3^{2a} = 9^a$

3. $(x^2)^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{2}{5}}$

4. $(x^{\frac{1}{5}})^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 3}} = x^{\frac{2}{15}}$

4. בסיסים שונים עם מעריך זהה: $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

1. $2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$,

2. $\left(\frac{2}{4}\right)^a \cdot 4^a = \left(\frac{1}{2} \cdot 4\right)^a = 2^a$

3. $2^m \cdot x^m = (2x)^m$,

4. $\left(\frac{4}{5}\right)^b \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^b = \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7}\right)^b = \left(\frac{12}{35}\right)^b$

5. $\frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$,

6. $\frac{a^m}{3^m} = \left(\frac{a}{3}\right)^m$

7. $\frac{x^b}{a^b} = \left(\frac{x}{a}\right)^b$,

8. $\frac{5^x}{b^x} = \left(\frac{5}{b}\right)^x$

5. מעריך חיובי למעריך שלילי: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

1. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

2. $4^{-a} = \frac{1}{4^a}$,

3. $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$,

4. $n^{-m} = \frac{1}{n^m}$

5. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64} = 1.953$,

6. $\left(\frac{a}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{a}\right)^3 = \frac{27}{a^3}$,

7. $\left(\frac{1}{m}\right)^{-x} = m^x$,

8. $\left(\frac{b}{a}\right)^{-2m} = \left(\frac{b}{a}\right)^{2m} = \frac{b^{2m}}{a^{2m}} = \frac{(b^2)^m}{(a^2)^m}$

6. משוואה מעריכית: אם $\boxed{a = b}$ או $\boxed{x^a = x^b}$

1. $2^3 = 2^a \Rightarrow a = 3$,
2. $8^m = 2^6 \Rightarrow 2^{3m} = 2^6 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$,
3. $3^4 = 9^x \Rightarrow 3^4 = 3^{2x} \Rightarrow 4 = 2x \Rightarrow x = 2$,
4. $(2m)^n = (2m)^{2a} \Rightarrow n = 2a$
5. $3^3 \cdot 9^2 = 3^{x+1} \Rightarrow 3^3 \cdot 3^4 = 3^{x+1} \Rightarrow 3^{3+4} = 3^{x+1} \Rightarrow 3 + 4 = x + 1 \Rightarrow x = 6$
6. $16^3 \cdot 4^2 = 2^{x+1} \Rightarrow (2^4)^3 \cdot (2^2)^2 = 2^{x+1} \Rightarrow 2^{12} \cdot 2^4 = 2^{x+1} \Rightarrow 2^{16} = 2^{x+1} \Rightarrow 16 = x + 1 \Rightarrow x = 15$

7. מעבר בין חזקה לשורש: $\boxed{(\sqrt{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}}}$, $\boxed{(\sqrt[n]{a})^n = a^{\frac{n}{n}}}$

1. $(\sqrt[3]{2})^5 = 2^{\frac{5}{3}}$,
2. $(\sqrt[4]{5})^m = 5^{\frac{m}{4}}$,
3. $(\sqrt[a]{x})^3 = x^{\frac{3}{a}}$,
4. $(\sqrt[3]{6})^x = 6^{\frac{x}{3}}$
5. $(\sqrt[4]{2x})^8 = (2x)^{\frac{8}{4}} = (2x)^2$,
6. $(\sqrt[x]{ab})^{2m} = (ab)^{\frac{2m}{x}}$

8. בסיסי שורש זהים: $\boxed{\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{5}}}$, $\boxed{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x}$

1. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{2} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}} = 2^{\frac{7}{10}}$,
2. $\sqrt[2]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{m}}$,
3. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = 3^{\frac{8}{15}}$,
4. $\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[a]{x} = x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{a}} = x^{\frac{1}{4} + \frac{1}{a}}$
5. $\sqrt[c]{2b} \cdot \sqrt[3]{2b} = (2b)^{\frac{1}{c}} \cdot (2b)^{\frac{1}{3}} = (2b)^{\frac{1}{c} + \frac{1}{3}}$
6. $\sqrt[c]{4} \cdot \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[x]{4} \cdot \sqrt[2a]{4} = 4^{\frac{1}{c}} \cdot 4^{\frac{1}{6}} \cdot 4^{\frac{1}{x}} \cdot 4^{\frac{1}{2a}} = 4^{\frac{1}{c} + \frac{1}{6} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2a}}$

9. שורש של שורש: $\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}}$

1. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[4 \cdot 3]{3} = 3^{\frac{1}{12}}$,
2. $\sqrt[3]{\sqrt[a]{x}} = \sqrt[3 \cdot a]{x} = x^{\frac{1}{3a}}$,
3. $\sqrt[3]{\sqrt[x]{3b}} = \sqrt[3 \cdot x]{3b} = (3b)^{\frac{1}{3x}}$
4. $\sqrt[mc]{\sqrt[6]{x}} = \sqrt[mc \cdot 6]{x} = x^{\frac{1}{6mc}}$

10. כפל וחילוק בין שורשים מסדר זהה: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

1. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$,

2. $\sqrt{x} \cdot \sqrt{4m} = \sqrt{4mx}$,

3. $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{6xc}$,

4. $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{2c} = \sqrt[4]{2 \cdot a \cdot 2c} = \sqrt[4]{4ac}$

5. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$,

6. $\frac{\sqrt{4a}}{\sqrt{3m}} = \sqrt{\frac{4a}{3m}}$,

7. $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{4}{5}}$,

8. $\frac{m\sqrt[4]{4}}{m\sqrt[4]{a}} = \sqrt[4]{\frac{4}{a}}$

עד כאן פתרונות לחוקי חזקות ושורשים – בהצלחה בנושא הבא!